Verständnisschwierigkeit beim Widerspruch im aktual Unendlichen

Von der Arbeit: "Zur Problematik der absoluten Überabzählbarkeit"[1] ausgehend wurde auf dieser Homepage in zahlreichen Beiträgen das erste Hilbert-Problem und damit auch die Kontinuums-Hypothese angesprochen. Grundlage ist die Tatsache, dass alles worüber gesprochen werden kann auch in endlicher Form dargestellt werden kann. Eigentlich ein Pleonasmus, der aber interessanter Weise auf große Verständnisschwierigkeiten stößt. Das Unverständnis kann in verkürzter Form so erläutert werden. In meinen Arbeiten wird gezeigt, dass jeder Beweis für die Überabzählbarkeit einer beliebigen Menge einen Widerspruch beinhaltet. Kritiker dessen versuchen die Unvollständigkeit der von mir angegebenen abzählbaren Mengen zu zeigen und zwar meist durch die Angabe von "kritischen" Elementen, die angeblich in meinen Mengen nicht enthalten sind. Die von mir gewählte Anordnung, die ich etwa als Individualanordnung bezeichne, da in ihr alle möglichen, die Anordnung begutachtenden Personen einbezogen sind, ist jedoch gegen solche Argumente "resistent".

Tatsächlich kann in jedem "kritischen" Element ein Widerspruch nachgewiesen werden. Der Unterschied in den Betrachtungsweisen des Autors und des Kritikers entspricht dem Unterschied zwischen potentiell und aktual unendlichen Mengen. Als Beispiel einer solchen Menge können etwa die reellen Zahlen zwischen 0 und 1 herangezogen werden, als Beispiel für ein kritisches Element etwa eine aus einer Individualanordnung der reellen Zahlen zwischen 0 und 1 mit Hilfe des zweiten Diagonalargumentes von Cantor gewonnene Diagonalzahl. In mehreren Arbeiten auf dieser Homepage werden Widersprüche in der Cantor'schen Diagonalzahl hergeleitet.

Mathematische Sätze sind im allgemeinen beweisbar und werden nicht in Frage gestellt. Nennen wir sie "Sätze erster Art". Angebliche Beweise, dass solche Sätze doch falsch sind, können daher widerlegt werden, doch ist es kaum sinnvoll, dafür Zeit und Mühe aufzuwenden. Dies gilt beispielsweise für Beweise der Quadratur des Zirkels, also der Konstruktion eines einem Kreis flächengleichen Quadrats bei vorgegebenem Radius des Kreises mit Hilfe von Zirkel und Lineal. Hier hat Galois in beeindruckender Weise die Unmöglichkeit einer derartigen Konstruktion bewiesen.

Anders ist es bei Sätzen, deren Gültigkeit wenn auch mit größter Wahrscheinlichkeit nur vermutet wird wie beispielsweise lange Zeit der Vier-Farben-Satz oder der Große Fermat. Nennen wir sie "Sätze zweiter Art". In beiden Fällen wäre es vor dem Beweis des jeweiligen Satzes schon sinnvoll gewesen, angebliche Beweise der Ungültigkeit zu widerlegen.

Die von mir in Frage gestellte Existenz überabzählbarer Mengen gehört aber jedenfalls nicht zu den Sätzen erster Art. Man sollte also bei Kalkülen, welche den Begriff überabzählbarer Mengen als in sich widerspruchsvoll zeigen, die einzelnen Schritte eines solchen Kalküls nachvollziehen und versuchen, einen dieser Schritte als fehlerhaft nachzuweisen. Kritiker meiner Infragestellung der Existenz überabzählbarer Mengen haben sich aber vielfach damit begnügt, sie wie Sätze erster Art zu

---

[1] PHILOSOPHIA NATURALIS, Bd. 13, Heft 4, 3. Vierteljahr 1972, S399 - 404, Verlag Anton Hain - Meisenheim/Glan.

behandeln also sich nicht der Mühe unterzogen, einzelne Schritte des Kalküls zu überprüfen. Dazu ein paar Beispiele:

- Anlässlich eines Vortrags über die Vollständigkeit der für eine bestimmte Person in einem bestimmten Zeitpunkt schriftlich darstellbaren Denkobjekte ging ein Hörer zur Tafel, schrieb ein Kalkül an und sagte: "Aber diese Zahlen fehlen in Ihrer Anordnung". Dass er gerade durch sein Anschreiben die von ihm gemeinten Zahlen mit ihm als Person und mit dem Zeitpunkt des Anschreibens in die von mir genannte Anordnung der Denkobjekte eingefügt hatte, war ihm nicht bewusst.
- Die Sprache in Form einer Mitteilung sei für die Vielfalt des Mitzuteilenden ungeeignet. Die Mitteilung "Dieser Stein da" sage für sich allein genommen nichts aus[2].
- Es werde nicht zwischen "Objektsprache" und "Metasprache unterschieden[3].
- Der Schluss über die Abzählbarkeit alles dessen, worüber gesprochen werden kann, ist ein Zirkelschluss[4].
- Es sei nicht nachzuvollziehen, dass eine Mitteilung erst durch eine sie lesende Person einen Sinn erhält[5].
- Der von mir hergeleitete Widerspruch habe seine Ursache in abweichenden zugrundegelegten Axiomen.

Die letzte Bemerkung trifft den Kern der Angelegenheit. In der Literatur bleibt eine durchaus als Axiom zu verstehende Forderung unberücksichtigt, die etwa so formuliert werden kann: "Jeder mathematische Beweis bedarf der Schriftlichkeit". Sie wird tatsächlich nie in Frage gestellt ebenso wenig wie die Tatsache, dass jede mathematische Diskussion nicht nur mündlich sondern in jeder möglichen Sprache auch schriftlich abgeführt werden kann. Die Methode, für gewisse Kalküle mengentheoretischer oder logistischer Art eine eigene Zeichensymbolik zu entwickeln wird durchaus in vielen Fällen eine verständliche Darstellung der Überlegungen erleichtern. Sie kann aber nicht über den Gesamtbereich einer Umgangssprache hinausführen.

Ob Geistes- ob Naturwissenschaft: Endliche schriftlich Mitteilungen sind der Rahmen, innerhalb dessen alle Wissenschaft abzuhandeln ist und der nicht widerspruchsfrei überschritten werden kann.

---

[2] Für sich allein genommen sicher nicht, wohl aber im Zusammenhang mit einer bestimmten Person in einem bestimmten Zeitpunkt und damit an einem bestimmten Ort.

[3] Für eine bestimmte Person P und in einem bestimmten Zeitpunkt T hat jede Mitteilung einen bestimmtem Sinn, gleich ob als Objektsprache oder als Metasprache.

[4] Dieser Kritiker zieht selbst einen Zirkelschluss, da er bereits eine überabzählbare Menge voraussetzt. Vgl. z. B. "Skizze zum ersten Hilbert-Problem".

[5] Vgl. demgegenüber "L'homme ordinateur".